**Capítulo 1. Vectores**

Preguntas, ejercicios y problemas

**Preguntas**

1. Dos astronautas parten de Cabo Cañaveral hacia la Luna y de regreso, y acuatizan en el Océano Atlántico. Un almirante los despide en el Cabo y después navega en un portaaviones por el Océano Atlántico para recogerlos. En sus viajes respectivos, ¿Quién tiene mayor desplazamiento, el almirante o los astronautas?
2. ¿Pueden combinarse dos vectores de diferente magnitud para producir un vector resultante igual a cero? ¿Pueden producir este resultado tres vectores?
3. ¿Puede ser cero la magnitud de un vector si alguna de sus componentes es diferente de cero?
4. ¿Tendrá algún sentido llamar vector a una cantidad si su magnitud es cero?
5. ¿Tiene unidades el vector unitario?
6. Las magnitudes de dos vectores *a* y *b* son 12 y 8 unidades respectivamente. ¿Cuáles son los valores máximo y mínimo posibles de la magnitud del vector resultante ?
7. ¿Las componentes de un vector pueden ser mayores que la magnitud del vector?
8. Cuando una abeja regresa a su panal avisa a las otras cómo llegar a la comida. ¿Qué tipo de coordenadas, cartesianas o polares, empleará la abeja para especificar la localización de la flor? ¿Qué usaría la abeja como su origen de coordenadas?
9. Si  ¿qué puede decirse acerca de y ?
10. Si ¿qué puede decirse acerca de y ?

**Ejercicios y problemas**

1. Para los siguientes vectores determine su magnitud y sus ángulos directores:
	1. ****
	2. ****
	3. ****
	4. ****
	5. ****
	6. ****
2. Dados los vectores **, **  y **,** realice las siguientes operaciones entre vectores:
	1. ****
	2. ****
	3. ****
	4. ****
	5. ****
	6. ****
3. Tres vectores están dados por **, **  y **.** Encuentre:
	1. ****
	2. ****
	3. ****
	4. ****
	5. ****)
	6. ****
4. Para las siguientes tripletas de vectores determine el triple producto escalar **** y el triple producto vectorial****.
	1. **, **  y **.**
	2. **, **  y **.**
	3. **, **  y **.**
	4. **, **  y **.**
5. Si **, ** encuentre un vector  tal que .
6. Dados los vectores **** y ****encuentre la magnitud y la dirección de ****.
7. Dados los vectores **** y **** calcule sus magnitudes y el vector **.**
8. Calcule el ángulo que forman los siguientes pares de vectores:
	1. **** y ****
	2. **** y ****
	3. **** y ****
9. Dadas las parejas de vectores siguientes determine el producto cruz **** y la magnitud de este producto.
	1. **** y ****
	2. **** y ****
	3. **** y ****
10. Dados los vectores **** y **** determine el valor del coeficiente  para que los vectores **** y **** sean perpendiculares.
11. El vector ****  tiene una componente horizontal negativa de 3 unidades de longitud y una componente vertical positiva de 2 unidades de longitud. Determine:
	1. Una expresión para **** en notación de vectores unitarios.
	2. La magnitud y la dirección de ****.
	3. Un vector **** que sumado al vector **** produce un vector resultante con componente  nula y componente  negativa de 4 unidades.
12. Considere dos desplazamientos, uno de 3 m de magnitud y otro de 4 m. ¿Cómo pueden combinarse estos vectores para obtener un desplazamiento resultante cuya magnitud sea (a) de 7 m, (b) de 1 m y (c) de 5 m?
13. Dados los vectores **** y **** obtenga un vector unitario perpendicular a los dos vectores.
14. Dados los vectores **** y ****calcule un vector  que esté en el plano , que sea perpendicular al vector **** y cuyo producto escalar con **** sea 15.
15. Dos vectores **** y **** tienen magnitudes a = 3 y b = 3. Su producto cruz es ****. ¿Qué ángulo forman esos dos vectores?
16. Dos vectores **** y **** tienen la misma magnitud. ¿Cuál debe ser el ángulo entre estos vectores para que la magnitud de **** sea 100 veces mayor que la de ****?
17. Un jugador de golf mete su pelota en un hoyo en tres golpes. El primer golpe desplaza la pelota doce metros hacia el norte, el segundo seis metros al sureste y el tercero tres metros al suroeste. ¿Qué desplazamiento sería necesario para meter la pelota en el hoyo al primer golpe?
18. Una persona vuela de Washington a Manila. ¿Cuál es la magnitud del vector desplazamiento si la latitud y longitud de cada ciudad es 39° N, 77° W y 15° N, 121° E respectivamente?
19. Dos vectores **** y **** tienen componentes que, en unidades arbitrarias, son:

*ax* = 3.2, *ay* = 1.6, *bx* =0.5 y *by* = 4.5.

Encuentre (a) el ángulo entre **** y ****; y (b) un vector  que sea perpendicular al vector **** y que tenga 5 unidades de magnitud.

1. Un equipo de fútbol americano registra sus jugadas con desplazamientos vectoriales, siendo el origen la posición del balón al iniciar la jugada. En cierta jugada de pase el receptor parte de  donde las unidades son yardas, es a la derecha y **** es hacia adelante. Los desplazamientos subsecuentes del receptor son (en movimiento antes de salir de la jugada), ,  y, finalmente, ****. El mariscal de campo retrocedió **.** ¿Qué tan lejos y en qué dirección debe el mariscal lanzar el balón?
2. Juanita está en la selva. Sigue una vereda de 210 m al oeste, luego 180 m 45° al este del norte, y finalmente 110 m 60° al este del sur. Tras un cuarto desplazamiento no medido vuelve al punto inicial. Determine el cuarto desplazamiento.
3. Se necesita programar un brazo robot en una línea de montaje que se mueve en el plano . Su primer desplazamiento es ****, el segundo es ****, de magnitud 4.8 cm y dirección 49° en sentido horario desde el eje . La resultante también debe tener una magnitud de 4.8 cm pero una dirección a 22° en sentido anti-horario desde el eje . Determine el vector .
4. Juanita, la exploradora, camina en la jungla 80 pasos al sureste, 40 pasos 60° al este del norte y 50 pasos al norte. Suponga que los pasos son iguales. Evite que Juanita se extravíe proporcionándole el vector desplazamiento para que regrese al punto inicial
5. Un esquiador se mueve 7.4 km a 45° al este del sur, luego 2.8 km a 30° al norte del este y por último 5.2 km a 22° al oeste del norte. ¿A qué distancia está el esquiador del punto de partida?
6. El vector tiene 3.5 cm de longitud y está dirigido hacia dentro del plano de la página. El vector **** apunta de la esquina inferior derecha a la esquina superior izquierda de esta página. Calcule las tres componentes del producto **** medidas en cm2.
7. En la molécula de metano CH4, cada átomo de hidrógeno está en la esquina de un tetraedro regular, con el átomo de carbono en el centro. Uno de los enlaces C-H está en la dirección , otro enlace C–H adyacente está en la dirección. Calcule el ángulo entre los enlaces.
8. En general la posición instantánea de un objeto está especificada por su vector de posición  dirigido desde un origen fijo a la ubicación del objeto. Suponga que para un cierto objeto el vector de posición es función del tiempo, y está dado por  donde  está en metros y *t* en segundos. Calcule  e indique qué representa esta derivada.
9. Utilice las leyes de senos y cosenos para determinar la magnitud y la dirección de la resultante  del conjunto de fuerzas mostradas en las figuras 1.24 a1.30.

**Figura 1.24.** Conjunto de fuerzas de 54 N y 60 N

F1=54N

x

y

60°

F2=60N

**Figura 1.25.** Conjunto de fuerzas de 90 N y 110 N

F1=90N

y

5

3

x

F2=110N

**Figura 1.26.** Conjunto de fuerzas de 170 N y 210 N

12

5

F1=170N

y

5

2

x

F2=210N

 **Figura 1.27.** Conjunto de fuerzas de 800 N, 750 N y 900 N

y

45°

30°

F1=800N

x

F3=900N

F2=750N

**Figura 1.28.** Conjunto de fuerzas de 40 kN, 50 kN y 75 kN

y

40°

20°

F1=40kN

x

F3=75kN

F2=50kN

**Figura 1.29.** Conjunto de fuerzas de 20 kN, 15 kN y 10 Kn

20°

y

45°

20°

F1=20kN

x

F3=10kN

F2=15kN

**Figura 1.30.** Conjunto de fuerzas de 40 kN, 50 kN y 10 kN

y

30°

45°

F1=40kN

x

F3=10kN

F2=50kN

1. Determine las componentes de la fuerza en la dirección de los ejes  y  en las figuras 1.31 y 1.32.

**Figura 1.31.** Fuerza de 1000 N

**u**

**v**

35°

1000N

45°

**u**

**v**

80°

750N

50°

**Figura 1.32.** Fuerza de 750 N

1. Dos cables soportan un objeto como se indica en la figura 1.33. La resultante  de las fuerzas  y  tiene una magnitud de 1500 N. Determine las magnitudes de las fuerzas  y **.**

4

3





1

1

x



**Figura 1.33.** Objeto soportado for dos fuerzas con una resultante de 1500 N

1. Se arrastra una embarcación aguas arriba en la forma indicada en la figura 1.34. La resultante de las fuerzas de tracción de las cuerdas y  tiene una magnitud de 1500 N y su dirección está dirigida según el eje de la embarcación. Determine las magnitudes de las fuerzas  y .



40°

30°





**Figura 1.34.** Embarcación en movimiento con una resultante de 1500 N

1. Dos barras resisten una fuerza  como se indica en las figuras 1.35 y 1.36. Determine la magnitud y la dirección de las fuerzas  y  en la dirección de las barras AB y BC respectivamente.

**Figura 1.35.** Sistema de fuerza de 25 kN

*50cm*

*25cm*

*F=25kN*

*75cm*

*A*

*C*

*B*

**Figura 1.36.** Sistema de fuerza de 100 kN

*2.5m*

*4.5m*

*F=100kN*

*6m*

*A*

*C*

*B*

1. Determine (a) las componentes  y , (b) las componentes  y para la fuerza representada en las figuras 1.37 y 1.38.

30°

25°

F1=500N

x

y

45°

F2=750N

x’

y’

**Figura 1.37.** Sistema de fuerzas de 500 N y 750 N

**Figura 1.38.** Sistema de fuerzas de 800 N y 1000 N

40°

30°

F1=800N

x

y

40°

F2=1000N

x’

y’

1. Se aplica una fuerza a un ancla como se indica en la figura 1.39. Para cada uno de estos conjuntos de datos exprese la fuerza en forma vectorial cartesiana.
	1. Si , ,  y .
	2. Si , ,  y .

**Figura 1.39.** Fuerza aplicada a un ancla



1. Se aplica una fuerza de 400 N a un ancla como se indica en las figuras 1.40 y 1.41. Determine las componentes de la fuerza y los ángulos directores.

**Figura 1.40.** Fuerza de 400 N aplicada a un ancla



**Figura 1.41.** Sistema de fuerza aplicada a un ancla

****

1. Se aplican dos fuerzas a un ancla como se indica en las figuras 1.42 y 1.43. Determine las componentes  de las fuerzas  y  y el ángulo que forman.

*z*

*F2=30kN*

1m

1m

*F1=50kN*

*x*

*y*

3m

2m

5m

**Figura 1.42.** Sistema de dos fuerzas aplicadas a un ancla

**Figura 1.43.** Sistema de dos fuerzas aplicadas a un ancla

*z*

*F2=3.5kN*

1m

1m

*F1=4.5kN*

*x*

*y*

2m

1m

1.2m

1. Utilice el método de las componentes rectangulares para determinar la magnitud de la fuerza resultante **R** y el ángulo θx que forma con el eje *x*, para cada una de los sistemas de fuerzas mostrados en las figuras 1.44 a 1.47.

**Figura 1.44.** Sistema de fuerzas de 300 N, 600 N y 750 N

y

33°

60°

F1=300N

x

F3=750N

F2=600N

**Figura 1.45.** Sistema de fuerzas de 5000 N, 2000 N y 1000 N

2

1

F2=2000N

2

1

F1=5000N

y

1

2

x

F3=1000N

**Figura 1.46.** Sistema de fuerzas de 3 kN, 5 kN y 4 kN

y

35°

32°

F1=3kN

x

F3=4kN

F2=5kN

78°

**Figura 1.47.** Sistema de fuerzas de 5 kN, 6 kN, 8 kN and 10 kN

1. Utilice el método de las componentes rectangulares para determinar la magnitud de la fuerza resultante **** y sus ángulos directores ,  y  para cada uno de los sistemas de fuerzas mostrados en las figuras 1.48 a 1.50.

**Figura 1.48.** Sistema de fuerzas de 35 kN, 50 kN y 20 kN

30°

*x*

30°

50°

36°

33°

26°

F3=20kN

F1=35kN

*z*

*y*

F2=50kN

**Figura 1.49.** Sistema de fuerzas de 500 N, 800 N y 700 N

F3=700N

F2=800N

*y*

*x*

F1=500N

2m

2m

2m

2m

4m

2m

*z*

**Figura 1.50.** Sistema de fuerzas de 10 kN, 12 kN y 15 kN

F3=15kN

F2=12kN

*y*

*x*

F1=10kN

2m

4m

2m

4m

3m

*z*

Respuestas de los ejercicios

**Preguntas**

1. El mismo

2. (a) No, (b) Sí

3. No

4. Sí

5. No

6. 20 y 4

7. No

8. Coordenadas polares; el origen es el panal.

9. Son perpendiculares.

10. Son paralelos o anti-paralelos.

**Ejercicios**

* 1. 3.742, 57.69°, 74.50°, 36.70°
	2. 3.000, 131.8°, 48.19°, 70.53°
	3. 9.000, 70.53°, 48.19°, 48.19°
	4. 6.557, 40.32°, 62.77°, 117.2°
	5. 3.000, 48.19°, 131.8°, 70.53°
	6. 9.000, 48.19°, 109.5°, 48.19°
	7. -26
	8. 46
	9. 
	10. 
	11. 76
	12. ****
	13. -3
	14. -5
	15. 
	16. 5
	17. 
	18. -3
	19. -10 ; 
	20. 0; 
	21. -63; 
	22. -378; 
1. 
2. 11.18, 259.7°
3. , ; (b) 
4. (a) 133.2°, (b) 90°, (c) 143.1°
	1. ; 11
	2. ; 4.899
	3. ; 42.25
5. 2.33
6. a) -3, b) 7, c) 
7. Los desplazamientos deberán ser: (a) paralelos, (b) antiparalelos y (c) perpendiculares.
8. ** y **
9. 
10. 36.8°
11. 1.15°
12. 6 metros a 20.5° al este del norte
13. 11230 km
14. (a) 57°, (b) , .
15. , dirección .
16. 73m, 9.9° al oeste del sur
17. 5.57 cm, 76.5°
18. 92 pasos, 8° al sur del oeste
19. 5.79 km
20. 
21. 109°
22. , representa la velocidad del vector.
23. a) 98.8 N, 28.3°; b) 100.1 N. 50.5°; c) 151.7 N, 30.5° ; d) 1361 N, 43.7° ; e) 115.3 kN, 67.2°; f) 23.2 kN, 71.9° ; g) 99 kN, 93.4°
24. a) Fu = 582 N y Fv = 718 N; b) Fu = 964 N y Fv = 750 N
25. Fu = 181.8 N y Fv = 214 N
26. Fu = 1026 N y Fv = 798 N
27. 1. Fu = 53 kN, 45° y Fv = 39.5 kN,161.6°
	2. Fu = 92.9 kN, 157.4° y Fv = 107.1 kN, 36.9°
	3. F1x = 171 N, F1y = 470 N y F2x = 650 N, F2y = - 375 N

F1x´ = - 211 N, F1y´ = 453 N y F2x´ = 724 N, F2y´ = - 194.1 N

* 1. F1x = - 514 N, F1y = 613 N y F2x = 940 N, F2y = 342 N

F1x´ = - 752 N, F1y´ = 274 N y F2x´ = 643 N, F2y´ = 766 N

* 1. Fx = 5 kN, Fy = 3.42 kN y Fz = 7.95 kN; 
	2. Fx = 3.88 kN, Fy = - 9.64 kN y Fz = 10.81 kN; (b) 
	3. x = 64.9°, y = 45.0° y z = 55.6°; Fx = 1697 N, Fy = 2830N y Fz = 2265N
	4. x = 136.7°, y = 119° y z = 61°; Fx = - 36.4 kN, Fy = - 24.3 kN y Fz = 24.3 kN
	5. Fx = - 2.87 kN, Fy = 1.433 kN y Fz = 3.15 kN; 29.5°
	6. Fx = 25.4 kN, Fy = - 15.21 kN y Fz = 5.07 kN; 30.6°
1. a) 639 N, 10.02°; b) 7.23 kN, 26.1°; c) 5.22 kN, 121°;

d) 15.77 kN, 78.8°

1. a) 52.9 kN, x = 66.7°, y = 62.1° y z = 37.7°;

b) 1640 N, x = 49.7°, y = 55.9° y z = 58.8°;

c) 32.6 kN, x = 72°, y = 42.8° y z = 52.7°